

Úloha č. 1: Měření hustoty tělesa

Datum: 1.3.2005

Vypracoval: Petr Novotný

Podmínky: $t=26,8^{\circ}\text{C}$, $p=96977,76\text{Pa}$, $\varphi=48\%$

Pomůcky: posuvné měřidlo, rovníramenné váhy

Naším úkolem je změřit hustotu tělesa tvaru dutého válce. Nejprve zjistíme hmotnost tělesa, dále změříme vnitřní a vnější průměr a výšku tělesa. Z těchto naměřených údajů získáme hustotu tělesa podle vztahu $\rho=m/V=4m/\pi h(D^2-d^2)$ (1), kde m je hmotnost tělesa, h výška tělesa, D vnější průměr a d vnitřní průměr tělesa.

Zjištění hmotnosti:

Nejprve zjistíme 1. nulovou polohu vah: $n_{01}=+0,5$.

Při nejbližší vyšší hmotnosti závaží než hmotnosti tělesa je výchylka $n_1=-1,5$, odpovídající hmotnost závaží je $m_1=191,58\text{g}$. Při nejbližší nižší hmotnosti závaží $m_2=191,57\text{g}$ je výchylka $n_2=+5,7$.

Nakonec zjistíme 2. nulovou polohu vah: $n_{02}=+0,8$. Nulová poloha vah $n_0=(n_{01}+n_{02})/2$.

Hmotnost tělesa získáme podle vztahu $m=(m_2-m_1)(n_0-n_1)/(n_2-n_1)=197,5770\text{g}$.

Citlivost vah $c=(n_2-n_1)/(m_2-m_1)=720$ dílku/g. Krajní chyba $k_z=k_n/c$, kde k_n je krajní chyba při čtení dílků, v našem případě $k_n=0,1$. $k_z=0,1/720$. $\delta m=k_z/3=0,0001\text{g}$. $\delta_r m=\delta m/m=5,21 \cdot 10^{-7}$.

$m=(191,5770 \pm 0,0001)\text{g}$

Měření rozměrů:

Vnitřní průměr d

Číslo měření	d [mm]	Δd [mm]	Δd^2 [mm ²]
1	18,75	-0,07	0,0049
2	18,55	-0,27	0,0729
3	18,95	0,13	0,0169
4	18,95	0,13	0,0169
5	18,90	0,08	0,0064
průměr	18,82		

$$\delta d = \sqrt{\frac{\sum \Delta d^2}{20}} = 0,0768\text{mm}$$

Vnější průměr D

Číslo měření	D [mm]	ΔD [mm]	ΔD^2 [mm ²]
1	40,40	0,08	0,0064
2	40,30	-0,02	0,0004
3	40,30	-0,02	0,0004
4	40,35	0,03	0,0009
5	40,25	-0,07	0,0049
průměr	40,32		

$$\delta D = \sqrt{\frac{\sum \Delta D^2}{20}} = 0,026\text{mm}$$

Výška h

Číslo měření	h [mm]	Δh [mm]	Δh ² [mm ²]
1	23,20	0,04	0,0016
2	23,10	-0,06	0,0036
3	23,20	0,04	0,0016
4	23,15	-0,01	0,0001
5	23,15	-0,01	0,0001
průměr	23,16		

$$\delta h = \sqrt{\frac{\sum \Delta h^2}{20}} = 0,019 \text{ mm}$$

d=(18,82±0,77)mm δ_rd=4,09%

D=(40,32±0,03)mm δ_rD=0,07%

h=(23,16±0,02)mm δ_rh=0,09%

odtud dosazením do vztahu (1) ρ=8,283.10⁻³gmm⁻³=8283kgm⁻³

Vypočítáme odchylku hustoty:

$$\rho = \frac{4m}{\pi h(D^2 - d^2)}$$

$$\delta \rho = \sqrt{\left(\frac{\partial \rho}{\partial m}\right)^2 (\delta m)^2 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial d}\right)^2 (\delta d)^2 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial D}\right)^2 (\delta D)^2 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial h}\right)^2 (\delta h)^2}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial m} = \frac{4}{\pi h(D^2 - d^2)} = \frac{\rho}{m}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial h} = \frac{4m}{\pi(D^2 - d^2)h^2} = -\frac{\rho}{h}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial D} = -\frac{8mD}{\pi h(D^2 - d^2)^2} = -\frac{2\rho D}{D^2 - d^2}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial d} = \frac{8md}{\pi h(D^2 - d^2)^2} = \frac{2\rho d}{D^2 - d^2}$$

$$\delta \rho = \sqrt{\left(\frac{\rho}{m}\right)^2 (\delta m)^2 + \left(\frac{2\rho d}{D^2 - d^2}\right)^2 (\delta d)^2 + \left(-\frac{2\rho D}{D^2 - d^2}\right)^2 (\delta D)^2 + \left(-\frac{\rho}{h}\right)^2 (\delta h)^2}$$

$$\delta \rho = \rho \sqrt{\left(\frac{\delta m}{m}\right)^2 + \left(\frac{2d\delta d}{D^2 - d^2}\right)^2 + \left(-\frac{2D\delta D}{D^2 - d^2}\right)^2 + \left(-\frac{\delta h}{h}\right)^2}$$

δρ=189,6kgm⁻³, δ_rρ=δρ/ρ=0,02289=2,3%

ρ=(8300±200)kgm⁻³

Podle vzhledu tělesa a porovnáním s údaji v tabulkách jsme odhadli, že zkoumané těleso je z mosazi (tabulková hodnota hustoty mosazi je 8600kgm⁻³).